Corrigé

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^x = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^{-x} = 0$ nous donne $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. $\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{e}^x = 0$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{e}^{-x} = +\infty$ nous donne $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$.

2. La fonction f est une différence de deux fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$, elle est donc dérivable sur $\mathbb{R}$.Pour tout réel x, $f'(x) = \frac{\mathrm{e}^x-(-\mathrm{e}^{-x})}{2} = \frac{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}{2}$. Une somme d'exponentielle étant toujours positive, on en déduit la positivité de f', d'où le tableau de variations de f.

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
f	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$

3. La fonction f est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$. De plus, elle prend toutes les valeurs entre $-\infty$ et $+\infty$. Pour tout $k \in \mathbb{R}$, il existe donc, par application d'un corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, un unique réel α_k tel que $f(\alpha_k) = k$.

4. Par la méthode du balayage, on obtient $0,88 < \alpha_1 < 0,89$.

5. Par la méthode du balayage, on obtient $2,99 < \alpha_{10} < 3$.